

Feuille de TD n°5

Exercice 1. Le système de numération en *base 3 symétrique* consiste à utiliser les chiffres -1 , 0 et 1 . Montrer que tout entier relatif a une écriture unique en base 3 symétrique.

Exercice 2. Trouver 4 nombres entre 1 et 40, tels qu'en combinant ces nombres au plus une fois chacun à l'aide d'additions et de soustractions, on puisse obtenir tous les entiers entre 1 et 40.

Exercice 3 (Base de Fibonacci). On rappelle que la suite de Fibonacci est définie par $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ et $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

1. Montrer que tout nombre entier positif se décompose en somme de nombres de Fibonacci distincts.
2. On ajoute la contrainte suivante : on interdit d'avoir dans la somme deux nombres de Fibonacci consécutifs (et on n'utilise pas F_0 ni F_1). Montrer qu'alors la décomposition existe toujours, et est unique.

On se propose d'établir un algorithme d'exponentiation rapide utilisant la base de Fibonacci.

3. Proposez un algorithme pour calculer la décomposition d'un entier N en base de Fibonacci.
4. Proposez un algorithme pour calculer x^{F_n} qui effectue $n - 2$ multiplications.
5. En déduire un algorithme d'exponentiation rapide.